

## ESAME DI LOGICA

27 GENNAIO 2023

Nome e Cognome:

Matricola:

### PARTE A

Questa parte vale il 30% del voto finale.

- (1) Dimostrare che in un reticolo limitato  $\langle S; \leq \rangle$ , ogni elemento è maggiore di  $\perp$  e minore di  $\top$ .
- (2) Definire nel  $\lambda$ -calcolo la funzione  $\text{take } L\ n$  il cui valore sia la lista dei primi  $n$  elementi della lista  $L$ .

### PARTE B

Questa parte vale il 30% del voto finale.

Enunciare e dimostrare il Primo Teorema di Incompletezza di Gödel. Si presuma di avere già definito la codifica  $g$  e di aver già dimostrato il Lemma di Punto Fisso.

### PARTE C

Questa parte vale il 40% del voto finale.

- (1) Si provi  $\vdash A \wedge \forall x. B = \forall x. A \wedge B$  dove  $x \notin \text{FV}(A)$ .
- (2) Dimostrare che nel  $\lambda$ -calcolo, per ogni termine  $B$  esiste un termine  $A$  tale che  $A =_{\beta} B[A/x]$ .